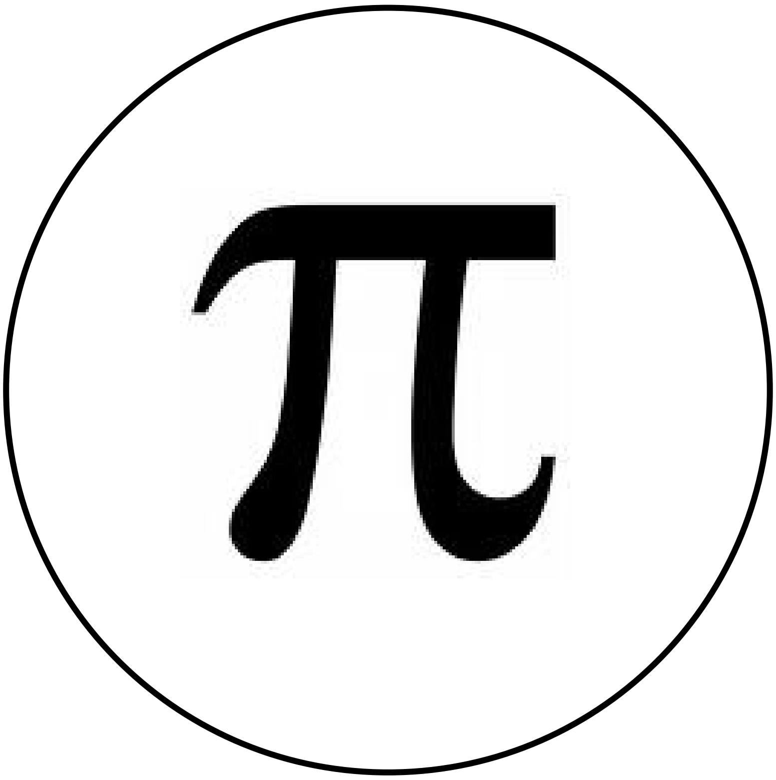


Pi-dagen 14/3 (0314)

Vad?: Detta dokument innehåller ett antal aktiviteter och uppgifter, lite fakta + några länkar.

Hur?: Aktiviteterna och uppgifterna kan med fördel användas som ett smörgåsbord för ett pi-dagsfirande.

Plocka ut några aktiviteter och uppgifter (klipp och klistra gärna från denna digitala fil) som passar din elev- eller barngrupp, avsätt lite tid i anslutning till pi-dagen och låt dem arbeta i par eller grupper om tre.

Kanske inleda med en kort information utifrån barnens förutsättningar, berätta t ex om att det är matematikens dag, kanske visa symbolen för pi och berätta att den används när man arbetar med cirklar. Äldre barn kan man ge lite mer info om talets storlek och/eller lite fakta, se långt bak i detta dokument.
(en aktivitet nedan går ut på att man ska upptäcka pi själv genom mätning/beräkning)

Avsluta gärna med att bjuda på något gott runt!

Varför? Målet är bl a att få prata matematik och arbeta praktiskt och problemorienterat samt uppmärksamma matematiken på ett förhoppningsvis lustfyllt sätt.

Valbara aktiviteter/uppgifter

Aktiviteter

1. Pi-mat.
   Baka/köp något runt och gott, t ex sockerkaka, kakor, kex, bullar.
   (överkurs: garnera in pi-tecknet)
   Kanske göra ett helt fika med bara runda saker? Skivade gurkor, rund smörask, päronpengar, vetekaka mm.
   Sedan eller samtidigt prata om vilka fler saker som har en rund form.

2. Gå på sakletarjakt. Hur många runda saker kan man hitta? Samla in eller rita av.

3. Från en given plats i rummet. Hur många runda former/föremål kan vi se?
   Vet du vad de heter? Kan du skriva ner namnen? Kanske på runda lappar?

4. Rita olika stora cirklar med snöre och pennor eller passare.
   Kanske färglägga och göra en figur av bara cirklar?
   Kanske också träna på att mäta saker som är runda?
   (snöre eller mjukt måttband kan vara bra att ha tillsammans med linjal)
   Hur långt är det runt cirkeln. Försök rita en cirkel som är 10 cm runt om.
   Kan du göra en som är 100 cm eller 1 cm runt om?

5. Hur många ord som börjar på pi kan vi komma på?
   (Varning: finns en del runda ord som börjar på pi så kanske ska man ge att det bör vara ”snälla” ord) Kanske skriva en kort berättelse där pi ersätts med π?

6. Hur många siffror i rad kan du komma ihåg? Titta på talet nedan i 30 sekunder, ta bort talet. Vänta 30 s och skriv sedan ner. Hur många blev rätt?

3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510
58209 74944 59230 78164 06286 20899 86280 34825 34211 70679

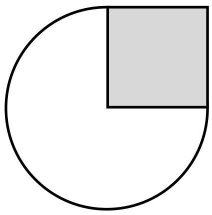
7. Leta rätt på några olika runda saker.
(t ex papperskorg, tejprulle, runt bord, rockring mm)
Mät noga hur långt det är runt saken.
(snöre och linjal/måttband är bra att ha, föremål som kan rullas kan också mätas genom att markera start, rulla rakt ett varv, markera stopp och mät)

Mät också hur långt det är tvärsöver på mitten (diametern).
Beräkna (miniräknare) hur många gånger längre ett varv är än sträckan tvärs över på mitten. Vad finner ni? (mäter man noggrant blir värdet ganska nära pi)

En enklare variant kan vara att klippa till ett snöre så att det får diameterns längd och sedan se hur många sådana längder man behöver för ett varv.
(man får 3 + en snutt om man gör det lite noggrant)

8. Rita en kvadrat med sidan 10 cm på rutat papper. Rita inne i den en cirkel med diameter 10 cm. Försök att uppskatta hur många procent av kvadraten cirkeln utgör. (klippa isär eller räkna smårutor eller …)
(A = $\frac{\pi}{4}d^2 \approx 0{,}79d^2$ dvs ca 79%)

9. Bilden visar en cirkel med skuggad kvadrat där kvadratens sida är lika med cirklelns radie, s.k ”radiekvadrater”.



Använd cm-rutat papper och rita egna cirklar i olika storlekar. Rita på ett annat papper 4-5 kvadrater med samma sida som cirkelns radie, radiekvadrater.
Klipp ut dessa kvadrater och försök täcka cirkelns area så noggrant som möjligt som möjligt. (klipp sönder och pussla ihop).
Ungefär hur många kvadrater behövs det för att täcka cirkelns area?

(de kommer fram till att lite mer än tre behövs, ((exakt π st behövs, A = πr^2))

10. Hur många gånger större blir omkretsen hos en cirkeln om radien blir dubbelt så stor? Hur många gånger större blir arean?
(omkretsen blir dubbelt så stor men arean 4 ggr så stor då arean beror av r^2)

Man kan här också prova med andra figurer, t ex kvadrater, rektanglar osv då samma gäller här, omkretsen dubbelt så lång, arean 4 ggr så stor.

11. Samla in olika runda saker av varierande storlek.

Tejpa upp ett stort rutat papper och markera en x-axel som anger diameter och en y-axel som anger omkretsen. Låt eleverna mäta diameter och omkrets och pricka in på papperet en punkt som motsvarar deras föremåls diameter och omkrets.

Vilken kurva bildar punkterna? Har den konstant lutning? Vilken är den?

(om värdena är någorlunda så blir det en fin rak linje, lutningen är pi eftersom förhållandet mellan omkrets och diameter är $O = \pi d$, vilket motsvarar $y = kx$, där $k = \pi$)

12. Variant på 11.
Låt eleverna mäta radien (cm) samt bestämma volymen (cm^3) laborativt för olika klotformade föremål.
(OBS inte med formeln för klotets volym!! utan t ex via vägning och densitet om föremålet är homogent och av känt material eller genom att doppa det under vatten i mätglas och bestämma vätskans volymökning)

Anpassa de olika mätdata till funktionen $y = kx^3$ där y är volymen och x radien.

(Gör kurvanpassningen för hand med två olka mätvärden eller med dator/räknare om fler mätvärden används.)

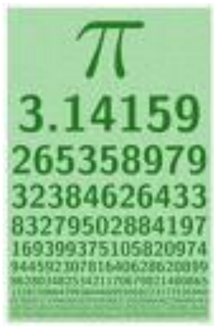
Vilket värde på k ger kurvanpassning? Vad borde det bli?

(värdet bör ligga i närheten av $4\pi/3$ eftersom $V = \frac{4\pi}{3} r^3$)

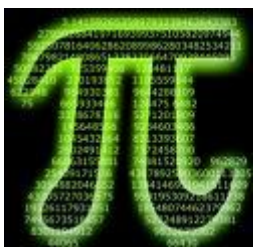
13. Utnyttja internet och t ex siten ”Joy of Pi”, se http://www.joyofpi.com/
Här kan du t ex länkar till sidor där du kan:

-träna på att memorera decimaler på pi,
http://www.nakedscience.com/articles/math/pi.htm

- prova Buffons nålproblem som simulering.
Läs igenom, förstår du vad den beräknar? Teorin?
http://www.mste.uiuc.edu/reese/buffon/buffon.html
http://www.angelfire.com/wa/hurben/buff.html



14. Se filmen pi, mer info finns på http://www.pithemovie.com/
(annorlunda, halvpsykedelisk thrillerliknande, dvs spelfilm inte info.film)

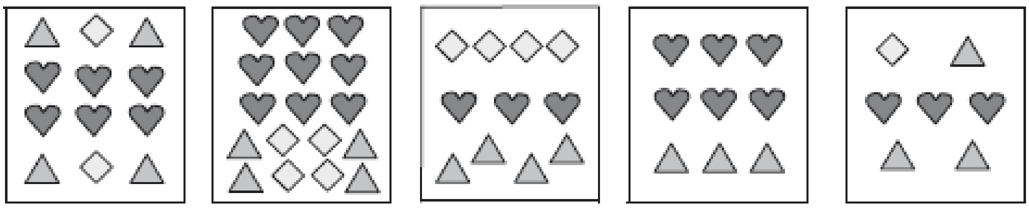


Problemlösning/kluringar

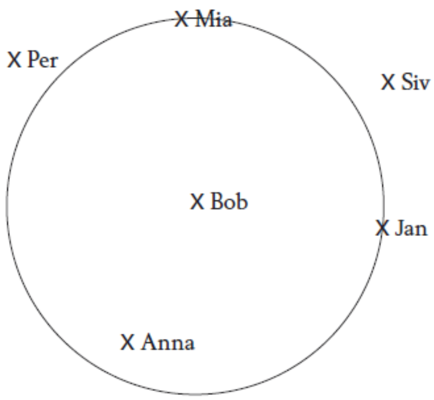
(Nedan följer några problem/kluringar. Välj själv ut några stycken som du tycker passar din elevgrupp eller komplettera med egna favoriter. Flera av uppgifterna går att lösa på flera olika sätt och för flera olika åldersgrupper, så var inte rädd at ta med lite utmaningar.

Låt eleverna själva välja metod, ha inte för bråttom med att visa hur de ska göra så klurandet och pratet kommer igång. Ett utmärkt sätt är ofta att rita figurer.
En bra uppföljning kan vara att senare diskutera tillsammans vilka olika metoder de använt och diskutera för- och nackdelar.)

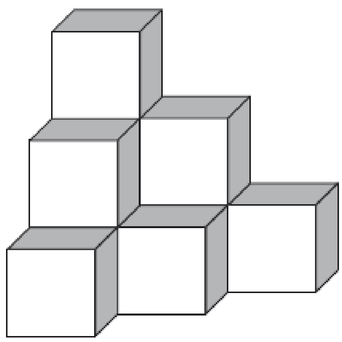
1. På vilken bild är hälften av kakorna hjärtan?



2. I mitten av ringen står Bob.
Vem står närmast Bob?

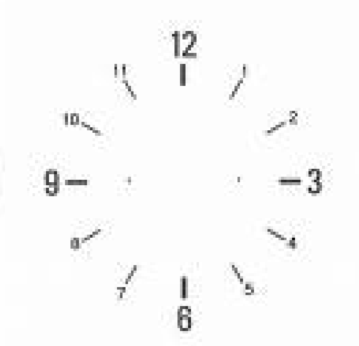


3. Hur många klossar
är tornet byggt av?



4. Gabi är längre än Aron och kortare än Tomas.
Ivan är längre än Kristoffer och kortare än Gabi.
Vem är längst?.

5. Klockan 12.00 på dagen ligger en klockas minut- och timvisaren ovanpå varandra. Hur många gånger till sker det innan klockan blir midnatt (24.00)




6. I ett rum har farmor tre fönster och två stycken olika krukväxter.
På hur många olika sätt kan farmor placera sina krukväxter i fönstren om det bara ryms en krukväxt i ett fönster?

7. Skriv siffrorna 2, 5, 1 och 7 på varsin liten papperslapp.

2	5	1	7

Lägg med hjälp av lapparna:

a) ett så stort tal som möjligt
b) ett så litet tal som möjligt
c) ett tal så nära 5 000 som möjligt
d) ett tal så nära 1 400 som möjligt.

Välj bland lapparna och lägg två 2-siffriga tal så att summan □□+□□ blir så

e) liten som möjligt
f) stor som möjligt
g) nära 60 som möjligt

8. Miniräknaruppgift.
Slå in talet 3742.
a) Vilket tal ska vi lägga till (+) om vi vill att 7:an ska bli en 9:a?
b) Vilket tal ska vi dra ifrån (–) om vi vill att 3:an ska bli en 1:a?
c) Vad ska vi lägga till om vi vill att räknaren ska visa 10 000?

Vi låsas att siffran 4 inte fungerar på din räknare.
d) Hur kan vi då genom att lägga ihop två tal få räknaren att visa 4 444?
e) Kan du få räknaren att visa 4 444 med hjälp av två tal och – ?

9. Ett antal fåglar sitter på två grenar.
Fåglarna på den övre grenen säger till de på den undre grenen:
”- om en av er kommer till oss så är vi lika många på varje gren.”
Fåglarna på den undre grenen säger:
”- om en av er istället kommer till oss så blir vi dubbelt så många som ni som är kvar.”

Hur många fåglar sitter på varje gren?

10. I en uträkning gör Sune fel och dividerar med 5 istället för att multiplicera med 5. Sune fick svaret 20. Vilket var det rätta svaret?

11. När kyrkklockan slår sex gånger så tar det 10 sekunder.
Hur lång tid tar det för kyrkklockan att slå tolv gånger?

12. Ge exempel på två tal så att 10% av det första talet plus 20% av det andra är lika med 25.

13. Den 8:e augusti 2008 kan skrivs 080808. Nästa gång vi får ett datum med samma symmetri är 090909. Hur många datum av denna typ har vi under 2000-talet?

14. Malin har två kannor som rymmer 3 liter och 5 liter. Hur ska hon göra för att mäta upp exakt 4 liter vatten med dessa kannor?

15. Ett tåg som är 1 km långt håller hastigheten
30 km/h genom en tunnel som är 1 km lång.
Hur lång tid tar det för hela tåget att
passera tunneln?

16. En flaska kostar tillsammans med korken 2,50 kr. Flaskan kostar 2 kr mer än korken. Vad kostar korken?

17. På en åker går kor och höns. Sammanlagt kan man räkna till 13 huvuden och 36 fötter. Hur många kor och hur många höns är det på åkern?

18. En sten väger 8 kg plus halva sin vikt. Vad väger en och en halv sådan sten?

19. I ett sällskap på 10 personer hälsar alla på
varandra genom att skaka hand.
Hur många handskakningar blev det?

Foto: Thomas Henriksön

20. Vid en skolmatch i brottning satt 1 tjej och 99 killar i publiken.
a) Hur många procent var killar? Hur många procent var tjejer?

I slutet av matchen hade flera killar gått hem så andelen killar var nu 98%.
b) Hur många killar hade gått hem i slutet av matchen?

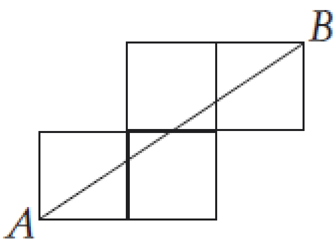
21. Vi antar att siffertangenten 4 är trasig på din räknare.
Hur räknar du då ut $478 \cdot 444$?

22. Du ska med 5 st femmor och de fyra räknesätten åstadkomma alla hela tal från 1 t om 10.
(Talet 1 kan vi få t ex på följande sätt $\frac{5+5}{5} - \frac{5}{5} = 1$ men hur gör vi med resten?

23. Vilket är det största tal du kan få genom att bara använda tre siffror, parenteser, potenser och de fyra räknesätten?

24. I en låda ligger sju kort numrerade från 1 till 7. Sofia tar upp tre kort och sedan tar Ali upp två kort. Kvar ligger i lådan två kort. Sofia tittar på sina kort och säger till Ali: ”Jag vet att summan av talen på dina kort är ett jämnt tal.”
Vilken summa har talen på Sofias kort?

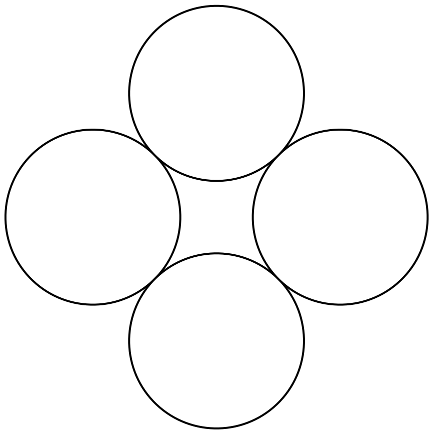
25. Vilken exakt längd har sträckan AB om alla kvadraterna har sidan 1 meter?



26. ”Repet runt jorden”. Låt oss ta ett långt rep och lägga det ett varv på marken (och havsytan) runt jorden vid ekvatorn. Hur mycket längre behöver repet vara om vi istället ska lägga det på en meters höjd runt jorden vid ekvatorn?

27. Om $x + y = 0$ och $y \neq 0$ vad blir då $\frac{x^{2008}}{y^{2008}}$?

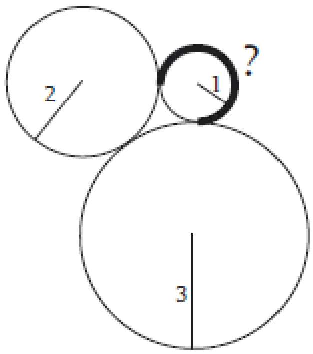
28. Fyra likadana cirklar placeras på ett sådant sätt att de precis tangerar varandra och bildar ett slutet område.



Om cirklarnas diameter är 10 cm, vad blir då arean av det slutna området mellan cirklarna?

29. Vi antar att vi kan dra ett rep helt rakt från ena änden av Vättern till den andra. (13 mil). Hur långt under vattenytan är då repet som längst pga jordens krökning. (anta att jorden är rund med radie 637 mil)

30. Hur lång är den markerade cirkelbågen?

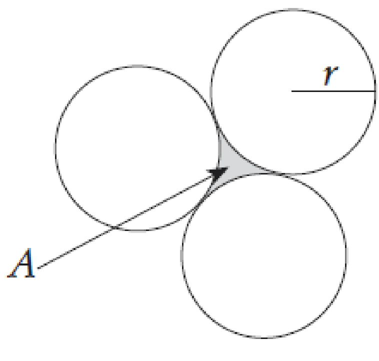


31. Om vi ritar en cirkel i ett koordinatsystem med medelpunkten i origo så ges dess linje av ekvationen:

$y^2 + x^2 = r^2$.

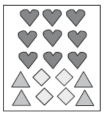
a) Låt $r = 1$. Beräkna y-koordinaterna exakt om $x = ½$.
b) Låt $r = a$. Ange punkter där x- och y-koordinaterna är lika.
c) Hur ändras ekvationen om vi istället har medelpunkten i $(a,0)$?

32. Tre cirklar med samma radie, *r*, tangerar varandra.
Ange ett uttryck för den markerade arean *A*.



Facit problem/kluringar

OBS! Finns flera lösningsstrategier för olika stadier. Rita och pröva är ofta gångbart.

1. 

2. Anna

3. 10 st

4. Tomas

5. 10 ggr, det tar lite drygt en timme mellan varje gång, och strax före elva sker det sista gången.

6. 6 olika sätt, om vi placerar den ena så har vi två olika fönster att välja för den andra, detta kan vi göra på tre olika sätt.

7. a) 7521 b) 1257 c) 5127 d) 1275
e) 15 + 27 eller 17+25 f) 51 + 72 eller 52 + 17 eller 57+12

8. a) +200 b) – 2000 c) 6258
d) t ex 2222 + 2222 eller 3333+1111 e) t ex 5555-1111

9. 5 på den övre och 7 på den undre, rita/prova.

10. 500, räkna ”baklänges” och multiplicera istället för att dividera.

11. 22 sekunder, kl.6 är det fem perioder mellan de 6 slagen, dvs mellan två slag är det 10/5 = 2 sekunder. Kl.12 är det 11 mellanrum, dvs 11 perioder a´2 sekunder.

12. t ex 150 och 50, 10% av 150 + 20% av 50 = 25

13. 12 stycken. 010101, 020202, ... , 121212

14. t ex fylla 5 liter som du slår ut i 3 literskannan och har då två liter kvar. Töm 3 liters kannan och slå över dina två liter i 3 literskannan. Fyll avslutningsvis din 5 literskanna och fyll upp 3 literskannan som nu rymmer 1 liter till, kvar har du då 4 liter i den stora kannan. (finns fler sätt)

15. 4 minuter. Tåget kör 1 km på 2 minuter. När loket når tunneln så har sista vagnen 2 km kvar till tunnelns slut.

16. korken kostar 25 öre och flaskan 2,25 kr.

17. 5 kor och 8 höns. Går att lösa på flera sätt, prova sig fram t ex genom att fördela 2 ben till varje huvud och då se att vi har 10 kvar = 5 par som räcker till 5 huvuden, dvs vi har 5 med fyra ben = 5 kor.

18. 24 kg. 8 + hälften = hälften + hälften, dvs en halv sten väger 8 kg.

19. 45 st, för att alla ska hälsa på alla krävs att person 1 hälsar på 9 personer, person 2 måste då hälsa på ytterligare 8 st, person 3 hälsar sedan på 7 st, pers.4 på 6 st osv. 9+8+7+6+5+4+3+2+1 = 45

20. 99% killar och 1 % tjejer,
50 st killar gick i pausen. 1 tjej av 100 är 1%, 1 tjej av 50 är 2%.

21. t ex (500-22)x(500-56) eller 965/2x888/2 eller …

22. (5+5)/5+5-5 = 2
(5+5)/5+5/5= 3
(5+5+5+5)/5=4
5+5+5-5-5=5
5 +5/5+5-5=6
5+5/5+5/5=7
5+(5+5+5)/5=8
(5·(5+5)-5)/5=9
5+5+(5-5)/5=10

23. 9^(9^9) = 9^3874204889 som är ofantligt stort. Räknare ger error om vi försöker räkna ut det, talet har nästan 370 miljoner siffror.

24. 12, om Sofia har alla jämna tal så är det fyra udda kvar och Alis två udda har en jämn summa.

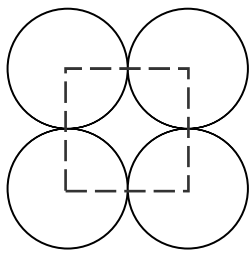
25. $\sqrt{13}$ m, Pythagoras sats, AB är hypotenusa i triangel med bas 3 m och höjd 2m.

26. 6,28 m (2π), radien ökar med 1 m från r till r +1, Omkretsen ökar då från 2πr till 2π(r+1 = 2πr + 2π, dvs ökning med 2π.

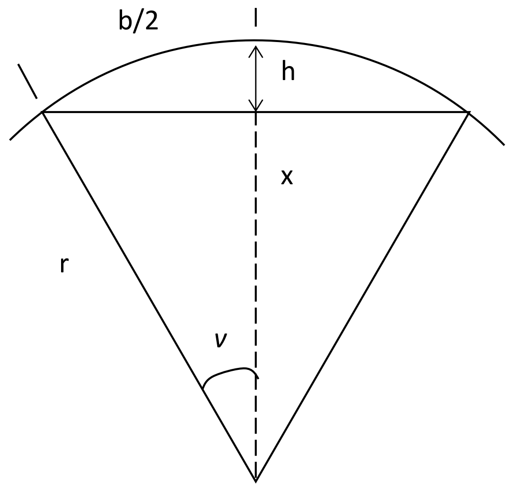
27. 1, $x = -y$, $x^{2008} = (-y)^{2008} = (-1)^{2008} \cdot y^{2008} = y^{2008}$ dvs $x^{2008} = y^{2008}$ ($(-1)^{\text{jämnt tal}} = 1$)

28. 21,5 cm^2 se figur intill.

streckade kvadraten – fyra kvartcirklar = $(10^2 - \pi \cdot 5^2)$



29. ca 330 m. se fig. (ej i skala)



h = sökt höjd.

b/2 = 6,5 mil

$v = \frac{b/2}{jordens\ omkrets} \cdot 360° = \frac{6,5}{2\pi 637} \cdot 360°$

$x = \cos v \cdot r$

$h = r - x$

30. 3π/2, triangeln mellan cirklarnas medelpunkter är 3, 4, 5 dvs rät med den räta vinkeln i cirkeln med radie 1. Den markerade cirkelbågen går precis till denna triangel och är därför 3/4 av hela den lilla cirkelns omkrets. 90^0= 1/4 varv.

31. a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ och $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\left(\frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{a}{\sqrt{2}}\right)$ och $\left(-\frac{a}{\sqrt{2}}, -\frac{a}{\sqrt{2}}\right)$

c) $y^2 + (x- a)^2 = r^2$.

Allmänt: om medelpunkten är (a,b) är ekvationen $(y - b)^2 + (x- a)^2 = r^2$.
Cirkelns ekvation kan vi härled med hjälp av pythagoras sats.

32. $\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right) r^2$. Förbind medelpunkterna så ger det en liksidig triangel med area $\frac{2r \cdot 2r \cdot sin60°}{2} = \sqrt{3}r^2$. Varje cirkelsektor har area $\frac{\pi r^2}{6}$, dvs A ges av $\sqrt{3}r^2 - 3\frac{\pi r^2}{6}$

Några mer eller mindre nödvändiga fakta om π.

- π är förhållandet mellan en cirkels omkrets och dess diameter, dvs $\pi = \frac{omkrets}{diameter}$ dvs det är π gånger längre runt en cirkel än tvärs över dess mitt. Detta innebär t.ex att om vi ritar en cirkel med diametern exakt 1 cm så blir dess omkrets π cm.

- Att använda den grekiska bokstaven π som symbol är ganska ”nytt” och härstammar från 1700-talet. Förmodligen valde man denna symbol då de grekiska ordet för omkrets (perimeter) börjar på π.

- π är ett irrationellt tal, dvs går inte att skriva som ett bråk på formen a/b vilket ger att π därför har en oändlig och helt oregelbunden decimalutveckling. 3,141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944…

- Vid praktiska beräkningar behöver vi sällan jättemånga decimaler. Vill vi t.ex. beräkna hela jordens omkrets med en felmarginal mindre än en ynka atombredd så räcker det med ca. 18 st decimaler.

- Att räkna ut korrekta decimaler på π var i äldre tider en ganska mödosam beräkning. Ludolph Van Ceulen vigde sitt liv till dessa beräkningar och hade när han dog 1610 lyckats beräkna 35 st korrekta decimaler. Med moderna datorer går det lättare och rekordet satt 2002 ligger på 1 241 100 000 000 stycken. Ganska många! Om du läser en decimal i sekunden så får du rabbla i nästan 40 000 år!

- Rekordet i att komma ihåg decimaler utantill har japanen Akira Haraguchi som i juli 2005 rabblade otroliga 83 431 st korrekta decimaler direkt ur minnet. Under rekordförsöket kom han av sig efter tre timmar och bet ihop och började om. Han slog sedan sitt eget rekord 3-4 oktober 2006 när han lyckades räkna upp de 100 000 första decimalerna på 16,5 timme.

- π kallas ibland Arkimedes konstant efter den antike grekiska matematikern som med geometriska metoder uppskattade π och bl.a visade att π ligger mellan 22/7 och 223/71. Ett annat namn som ibland används är Ludolphs tal efter Ludolph van Ceulen, se ovan.

- Albert Einstein är född 14:e mars 1897.

- Nobelpristagaren i fysik Richard Feynman, känd för sitt intresse för huvudräkning, anmärkte en gång att han vill memorera π till den 767:e decimalen. Anledningen är att decimalerna 762 till och med 767 samtliga är nior, och att han då skulle kunna avsluta uppräkningen med ”*… nio, nio, nio, nio, nio, nio, och så vidare.”*

Några pi-länkar:

http://www.angio.net/pi/bigpi.cgi
(sök t ex var ditt telefonnummer dyker upp bland pi´s decimaler)

http://www.nctm.org/resources/content.aspx?id=2147483830

(sida från amerikanske matematiklärarorganisation)

http://www.edu.stockholm.se/templates/MTPage____3154.aspx

(rapport från pi-dag i Stockholm)

http://3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097.org

(coolaste adressen 3.(56 decimaler av pi).org kortare variant till samma sida http://pi.ytmnd.com/)

http://www.smal-matte.com

(se ma-aktiviteter med information och förslag till pi-dagsaktiviteter)

http://www.helgo.net/gavel/matte/mattemusik.html

(mattemusik, lyssna bl a på hiten ”decimaler på pi”)